FMI, Info, Anul I
Logică matematică şi computaţională

Seminar 1

(S1.1) Să se demonstreze că pentru orice x_0, x_1, x_3, x_4 din $\{0, 1\}$ avem:

(i) $((x_0 \to x_1) \to x_0) \to x_0 = 1$;

(ii) $(x_3 \to x_4) \to ((x_4 \to x_1) \to (x_3 \to x_1)) = 1$.

Fie φ, $\psi \in Form$.
Pentru orice $e : V \to \{0, 1\}$, notăm cu $e \vDash \varphi$ (şi spunem că e **satisface** φ sau e este **model** pentru φ) dacă $e^+(\varphi) = 1$. Notăm cu $\vDash \varphi$ (şi spunem că φ este **tautologie**) dacă pentru orice $e : V \to \{0, 1\}$ avem că $e \vDash \varphi$. Spunem că φ este **satisfiabilă** dacă există $e : V \to \{0, 1\}$ cu $e \vDash \varphi$ şi **nesatisfiabilă** în caz contrar, când nu există $e : V \to \{0, 1\}$ cu $e \vDash \varphi$, i.e. pentru orice $e : V \to \{0, 1\}$ avem că $e \nvDash \varphi$. Notăm $\varphi \vDash \psi$ (şi spunem că **din** φ **se deduce semantic** ψ sau că ψ **este consecinţă semantică a lui** φ) dacă pentru orice $e : V \to \{0, 1\}$ cu $e \vDash \varphi$ avem $e \vDash \psi$. Notăm cu $\varphi \sim \psi$ dacă pentru orice $e : V \to \{0, 1\}$ avem $e \vDash \varphi$ dacă şi numai dacă $e \vDash \psi$, i.e. pentru orice $e : V \to \{0, 1\}$ avem $e^+(\varphi) = e^+(\psi)$.

(S1.2) Să se arate că pentru orice $e : V \to \{0, 1\}$ şi pentru orice formule φ, ψ avem:

$$e^+(\varphi \vee \psi) = e^+(\varphi) \vee e^+(\psi)$$

(S1.3) Să se găsească câte un model pentru fiecare dintre formulele:

(i) $v_0 \to v_2$;

(ii) $v_0 \wedge v_3 \wedge \neg v_4$.

(S1.4) Arătaţi că pentru orice φ, ψ, $\chi \in Form$, avem:

(i) $\psi \vDash (\varphi \to \psi)$;

(ii) $\varphi \to (\psi \to \chi) \sim (\varphi \wedge \psi) \to \chi$;

(iii) $\varphi \vee (\varphi \wedge \psi) \sim \varphi$;

(iv) $\vDash \neg\varphi \to (\neg\psi \leftrightarrow (\psi \to \varphi))$.

(S1.5) Să se demonstreze că, pentru orice formulă φ, φ este tautologie dacă şi numai dacă $\neg\varphi$ este nesatisfiabilă.